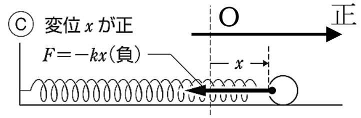
【物理】　p75　鉛直ばね振り子

$\boxed{\text{確認}}$

右図のような作図をすることがとても大事！

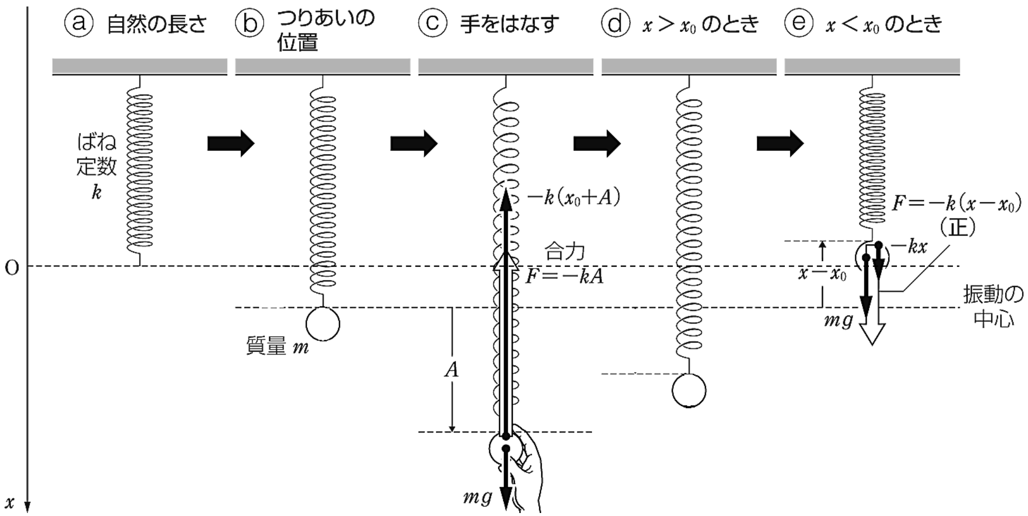
↑合力 0（力がつり合っている）の位置から、物体が正の向きに少し変位した状態



D　ばね振り子（鉛直）

下図で意識しなくてはいけない状態は、①　　　　　　　　　　である。

特に運動方程式を立てるのに使う作図は、②　　　　　の状態である。



状態ⓑについて、ばねの自然長からの伸びを x_0 とすると、力のつり合いの式は、

③

状態ⓓについて、運動方程式 $ma=F$ のために合力 F を考えると（下向き正）、

④　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※③を使って変形

よって、単振動は x_0（力のつり合いの位置）を中心に起こる。

x 軸原点がつり合いの位置にない場合、No.1のプリントの公式に訂正が必要で、

$\boxed{B}$式 $x=A\sin\omega t$
$\boxed{D}$式 $a=-\omega^2 x$
} x を $x-x_0$ にする →
$\boxed{B'}$
$\boxed{D'}$

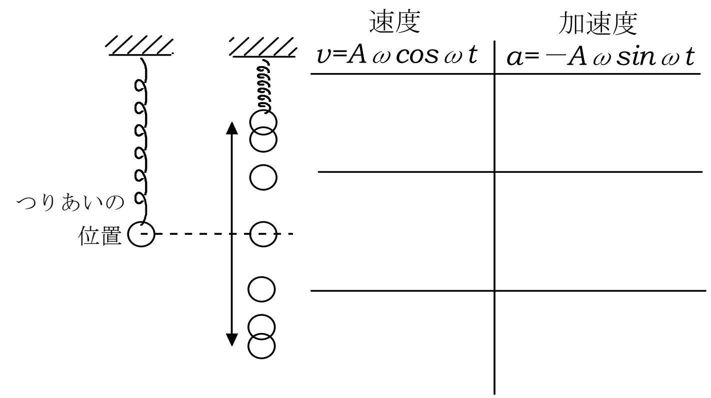
状態ⓓについて、単振動の運動方程式 $ma=F$ を作ると、④と $\boxed{D'}$ より、

⑤

よって、 $\omega=$ ⑥　　　　　　、 $T=$ ⑦

※結果を No.1 右下：水平ばね振り子の場合と比べてみよう

例題 17	鉛直ばね振り子
	軽いつる巻きばねの一端に質量 0.80kg の小球をつけたばね振り子を鉛直につるしたところ，ばねは 9.8cm 伸びて静止した。重力加速度の大きさを 9.8m/s² とする。 （1）ばね定数 k〔N/m〕を求めよ。 （2）ばねが自然の長さになるように手で支えてから手を静かにはなしたところ，小球は単振動を始めた。このとき，単振動の振幅 A〔m〕，周期 T〔s〕，速さの最大値 v〔m/s〕を求めよ。円周率を π とする。



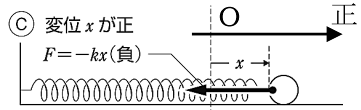
(1) 力のつり合いの式より、

(2)

【物理】　p75　鉛直ばね振り子

$\boxed{\text{確認}}$

右図のような作図をすることがとても大事！

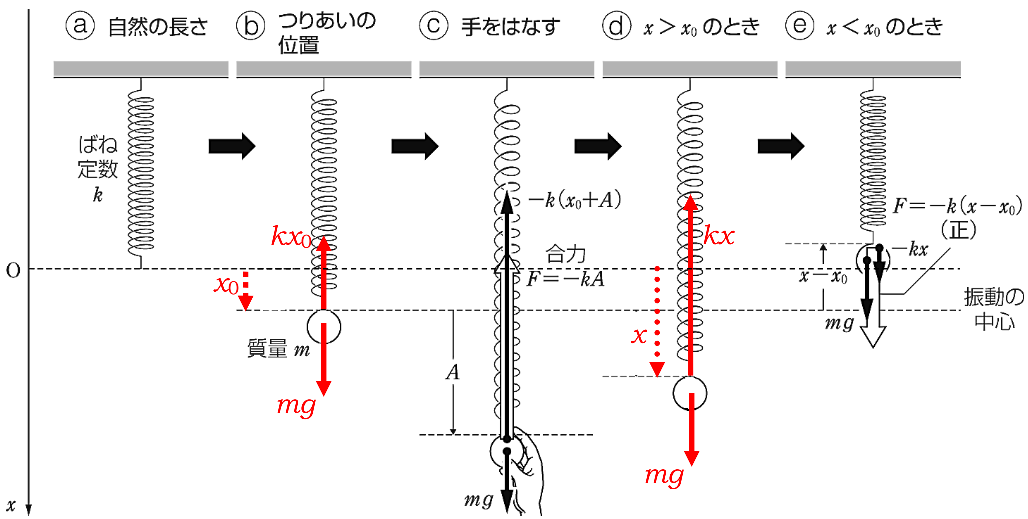


↑合力 0(力がつり合っている)の位置から、物体が正の向きに少し変位した状態

D　ばね振り子(鉛直)

下図で意識しなくてはいけない状態は、①　ⓐ、ⓑ、ⓓ　である。

特に運動方程式を立てるのに使う作図は、②　ⓓ　の状態である。



状態ⓑについて、ばねの自然長からの伸びを x_0 とすると、力のつり合いの式は、

③　$kx_0=mg$

状態ⓓについて、運動方程式 $ma=F$ のために合力 F を考えると(下向き正)、

④　$F=mg-kx=-k(x-x_0)$　　※③を使って変形

よって、単振動は x_0(力のつり合いの位置)を中心に起こる。

x 軸原点がつり合いの位置にない場合、No.1のプリントの公式に訂正が必要で、

$\boxed{\text{B}}$式 $x=A\sin\omega t$
$\boxed{\text{D}}$式 $a=-\omega^2 x$
x を $x-x_0$ にする →
$\boxed{\text{B'}}$ $x-x_0=A\sin\omega t$
$\boxed{\text{D'}}$ $a=-\omega^2(x-x_0)$

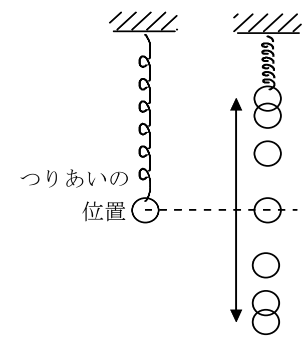
状態ⓓについて、単振動の運動方程式 $ma=F$ を作ると、④と $\boxed{\text{D'}}$ より、

⑤　$-m\omega^2(x-x_0)=-k(x-x_0)$

よって、$\omega=$ ⑥ $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　、$T=$ ⑦ $\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

※結果を No.1 右下：水平ばね振り子の場合と比べてみよう

例題 17	鉛直ばね振り子
	軽いつる巻きばねの一端に質量 0.80kg の小球をつけたばね振り子を鉛直につるしたところ，ばねは 9.8cm 伸びて静止した。重力加速度の大きさを 9.8m/s² とする。 (1) ばね定数 k〔N/m〕を求めよ。 (2) ばねが自然の長さになるように手で支えてから手を静かにはなしたところ，小球は単振動を始めた。このとき，単振動の振幅 A〔m〕，周期 T〔s〕，速さの最大値 v〔m/s〕を求めよ。円周率を π とする。



速度 $v=A\omega\cos\omega t$	加速度 $a=-A\omega\sin\omega t$
0	下向き $A\omega^2$(最大)
$A\omega$(最大)	0
0	上向き $A\omega^2$(最大)

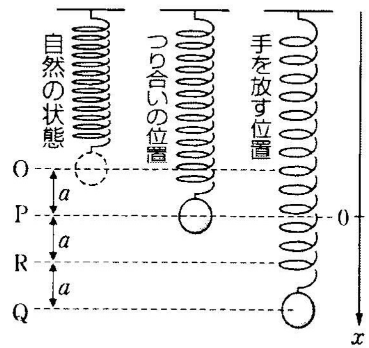
(1) 力のつり合いの式より、$k\times9.8\times10^{-2}=0.80\times9.8$

$k=80$ [N/m]

(2) 振幅…9.8cm 縮めて手を離したので、$A=9.8\times10^{-2}$ [m]

周期… $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　より、$T=2\pi\sqrt{\dfrac{0.8}{80}}=\dfrac{2\pi}{10}=0.20\pi$ [s]

速さの最大値… $v_{max}=A\omega$　より、$v_{max}=9.8\times10^{-2}\times\dfrac{2\pi}{0.20\pi}=0.98$ [m/s]



練習　図のように，上端を固定されたばねがある。ばねの下端の位置を点Oとする。このばねの下端に質量 m の小球をつるすと，ばねが a だけ伸びて点Pでつり合った。点Pからばねを下方へ $2a$ だけ引き伸ばした点Qの位置で小球を放した。重力加速度の大きさを g とする。

(1) ばねがつり合いの位置にあるときの力のつりあいの式を利用して、ばね定数を求めよ。

(2) ばねがつり合いの位置から x 伸びたときの小球にはたらく合力を求め、小球が単振動することを示せ。ただし，図の鉛直下向きを x 軸の正の向きとする。

(3) ばねがつり合いの位置から x 伸びたときの運動方程式をたて，この単振動の角振動数 ω を求めよ。

(4) 単振動の周期を求めよ。

(5) 単振動の中心の位置，振幅を求めよ。

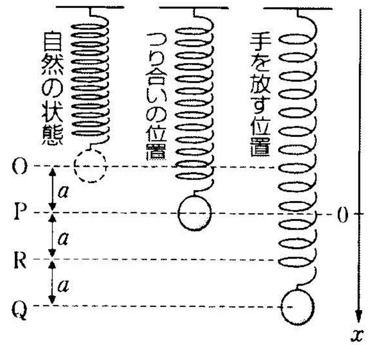
(6) 点O，P，Q，Rのうち，速さが最大になる点はどこか。また，そのときの速さを求めよ。

(7) 点O，P，Q，Rのうち，加速度の大きさが最大になる点はどれか，また，そのときの加速度の大きさを求めよ。

(8) 点O，P，Q，Rのうちで速さ，加速度が 0 になる点はそれぞれどこか。

【物理　課題問題】　単振動 2

練習　図のように，上端を固定されたばねがある。ばねの下端の位置を点Oとする。このばねの下端に質量 m の小球をつるすと，ばねが a だけ伸びて点Pでつり合った。点Pからばねを下方へ 2 a だけ引き伸ばした点Qの位置で小球を放した。重力加速度の大きさを g とする。



(1) ばねがつり合いの位置にあるときの力のつりあいの式を利用して、ばね定数を求めよ。

(2) ばねがつり合いの位置から x 伸びたときの小球にはたらく合力を求め、小球が単振動することを示せ。ただし，図の鉛直下向きを x 軸の正の向きとする。

(3) ばねがつり合いの位置から x 伸びたときの運動方程式をたて，この単振動の角振動数 ω を求めよ。

(4) 単振動の周期を求めよ。

(5) 単振動の中心の位置，振幅を求めよ。

(6) 点O，P，Q，Rのうち，速さが最大になる点はどこか。また，そのときの速さを求めよ。

(7) 点O，P，Q，Rのうち，加速度の大きさが最大になる点はどれか，また，そのときの加速度の大きさを求めよ。

(8) 点O，P，Q，Rのうちで速さ，加速度が 0 になる点はそれぞれどこか。

(1) 力のつり合いの式より、$mg = ka$　　$\therefore k = \frac{mg}{a} \cdots$①

(2) 方針：合力を、－定数×(x－つり合いの位置) の形に持ち込めば良い。

合力は、$F = -k(x + a) + mg$

①を代入して、$F = -\frac{mg}{a}x$

よって、小球はつり合いの位置(点 P)を中心に単振動をすることが示せた。

(3) $ma = F$ に①と $a = -\omega^2 x$ を代入して、

$$-m\omega^2 x = -\frac{mg}{a}x \qquad \therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$$

(4) $T = \frac{2\pi}{\omega}$ より、 $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$

(5) 振動の中心はつり合いの位置なので、点 P。

振幅は、つり合いの位置から一番遠い位置までの距離なので、2a

(6) 速さが最大なのはつり合いの位置なので、点 P。

速さは、$v_{max} = A\omega$ より、　$v_{max} = 2a\sqrt{\frac{g}{a}} = 2\sqrt{ga}$

(7) 加速度は振動の両端の位置で最大となり、向きはつり合いの位置の方向である。

$$a_{max} = -A\omega^2 \text{ より } |a_{max}| = 2a \times \frac{g}{a} = 2g$$

(8) 速さが 0 になる点…折り返し点、つまり振動の両端なので点 Q。

加速度が 0 になる点…合力が 0 の点、つまりつり合いの位置なので点 P。

参考　原点 O がつり合いの位置にない場合の(2)、(3)の解法：例えば、自然長を原点 O

(2) 合力は、$F = -kx + mg$　　←x は、ばねの自然長からの伸び

$$= -k\left(x - \frac{mg}{k}\right)$$ ←強引に一定数×(x－つり合いの位置) の形に持ち込む。

$$= -\frac{mg}{a}(x - a)$$ ←①式を使った。

よって、小球はつり合いの位置(点 P)を中心に単振動をすることが示せた。

(3) $ma = F$ に①と $a = -\omega^2(x - a)$ を代入して、　　←公式を変形

$$-m\omega^2(x - a) = -\frac{mg}{a}(x - a) \qquad \therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$$