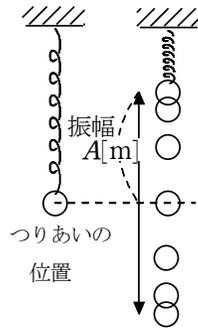


A 単振動

ばねの往復運動のように、変位に比例した逆向きの力：① が
はたらいた結果起きる運動。

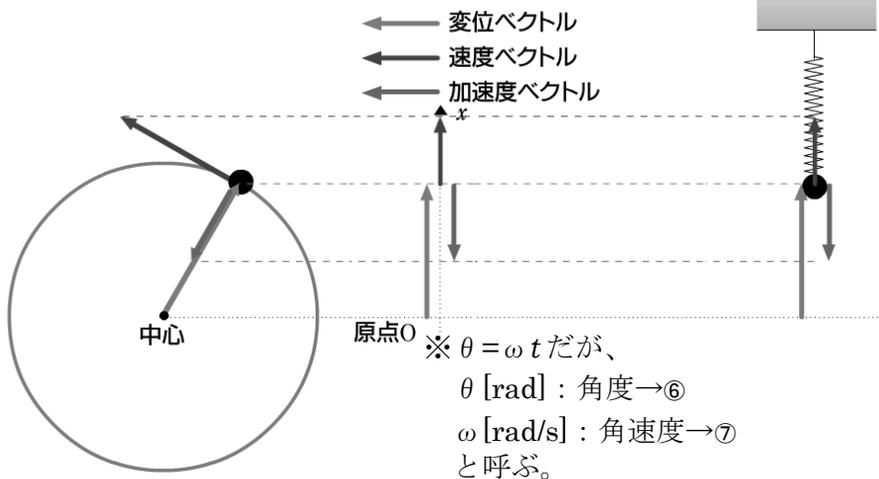
- ・ 振動の中心から振動の端までの長さ：②
- ・ 1回の振動に要する時間：③
- ・ 1秒あたりの往復回数：④
- ・ 円運動と同様に、周期 T と振動数 f の関係は

⑤



B 単振動の変位・速度・加速度

下図のように、単振動は円運動の⑥ である。



単振動の変位・速度・加速度も、円運動の変位・速度・加速度を射影して、

変位 x :	⑧	⑨
速度 v :	⑩	⑪
加速度 a :	⑫	

C 復元力と周期

運動方程式 $ma = F$ に ⑬ 式を代入すると、単振動の運動方程式は、

⑭

…物体が単振動をする ←→ 何かの力が復元力の役割をする ということ。

復元力の特徴

力のつり合いの位置から遠ざかるほど、つり合いの位置に戻ろうとする力が大きくなる。復元力は、数式で以下のようにまとめられる。

⑮

K : 何らかの定数

⑯ を ⑭ に代入すると、

⑰

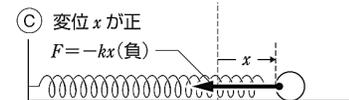
つまり、 K が大きい(復元力が大きい)ほど、周期が小さくなり、振動が激しくなるイメージ。

D ばね振り子(水平)

実際に単振動の運動方程式を解いて練習してみる。

右図のような作図をすることがとても大事!

(合力0(つり合いの位置)を x 軸原点として、物体が正の向きに少し変位した状態)



単振動の運動方程式を解いて、振動の周期を求めてみよう。(よく狙われる)

$ma = F$ より、⑱

これを解いて、⑲

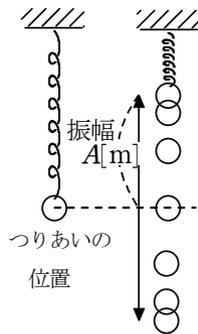
これから T を求めると、⑳

A 単振動

ばねの往復運動のように、変位に比例した逆向きの力：① **復元力** がはたらいた結果起きる運動。

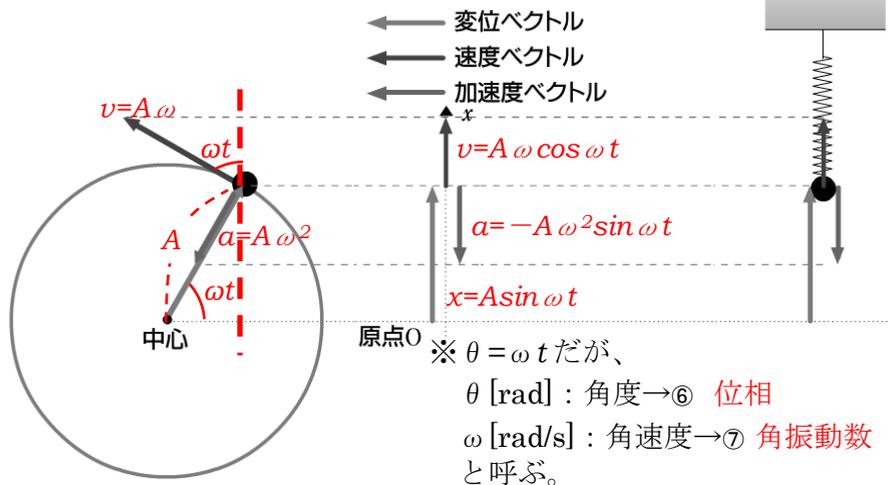
- ・ 振動の中心から振動の端までの長さ：② **振幅** A [m]
- ・ 1回の振動に要する時間：③ **周期** T [s]
- ・ 1秒あたりの往復回数：④ **振動数** f [Hz]
- ・ 円運動と同様に、周期 T と振動数 f の関係は

$$\text{A} \quad f = \frac{1}{T}$$



B 単振動の変位・速度・加速度

下図のように、単振動は円運動の⑤ **射影** である。



単振動の変位・速度・加速度も、円運動の変位・速度・加速度を射影して、

{	変位 x :	$\text{B} \quad x = A \sin \omega t$	$\text{E} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad \text{より} \quad \omega = 2\pi f$
	速度 v :	$\text{C} \quad v = A \omega \cos \omega t$	
	加速度 a :	$\text{D} \quad a = -A \omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$	

C 復元力と周期

運動方程式 $ma = F$ に D 式を代入すると、単振動の運動方程式は、

$$\text{F} \quad -m\omega^2 x = F$$

…物体が単振動をする ← 何かの力が復元力の役割をする ということ。

復元力の特徴

力のつり合いの位置から遠ざかるほど、つり合いの位置に戻ろうとする力が大きくなる。復元力は、数式で以下のようにまとめられる。

$$\text{G} \quad F = -Kx$$

K : 何らかの定数

G を F に代入すると、

$$\text{B} \quad -m\omega^2 x = -Kx \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{よって、} \text{E} \text{より} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

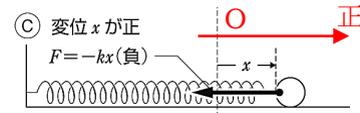
つまり、 K が大きい (復元力が大きい) ほど、周期が小さくなり、振動が激しくなるイメージ。

D ばね振り子 (水平)

実際に単振動の運動方程式を解いて練習してみる。

右図のような作図をすることがとても大事!

(合力 0 (つり合いの位置) を x 軸原点として、物体が正の向きに少し変位した状態)



単振動の運動方程式を解いて、振動の周期を求めてみよう。(よく狙われる)

$$ma = F \quad \text{より、} \text{G} \quad -m\omega^2 x = -kx$$

$$\text{これを解いて、} \text{H} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{これから} T \text{ を求めると、} \text{I} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

問 22

時刻 t [s] における変位 x [m] が $x = 0.50 \sin 4.0\pi t$ と表される単振動の、振幅 A [m]、周期 T [s]、振動数 f [Hz] をそれぞれ求めよ。

問 24

一直線上を運動する質量 0.30 kg の物体が、変位 x [m] のとき $F = -30x$ で表される力 F [N] を受けて単振動をしている。この単振動の角振動数 ω [rad/s] と周期 T [s] を求めよ。円周率を π とする。

問 25

ばね定数 50 N/m の軽いつる巻きばねの一端に質量 2.0 kg の小球をつけたばね振り子を、なめらかな水平面上に置いて他端を固定し、ばねを伸ばしてから静かに手をはなす。このとき、小球の振動の周期 T [s] を求めよ。円周率を π とする。

問 26

図のように、なめらかな水平面上の質量 m [kg] の小球に、ばね定数 k_1 、 k_2 [N/m] のつる巻きばねが連結され、どちらも自然の長さである。小球を面にそって少し右に動かしてからはなしたときの、小球の振動の周期 T [s] を求めよ。円周率を π とする。



問 22

時刻 t [s] における変位 x [m] が $x = 0.50 \sin 4.0\pi t$ と表される単振動の、振幅 A [m]、周期 T [s]、振動数 f [Hz] をそれぞれ求めよ。

$x = 0.50 \sin 4.0\pi t$ と $x = A \sin \omega t$ の係数を比較して
 振幅 $A = 0.50 \text{ m}$ また、角振動数 $\omega = 4.0\pi \text{ rad/s}$ より
 周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4.0\pi} = 0.50 \text{ s}$ 、振動数 $f = \frac{1}{T} = 2.0 \text{ Hz}$

問 24

一直線上を運動する質量 0.30 kg の物体が、変位 x [m] のとき $F = -30x$ で表される力 F [N] を受けて単振動をしている。この単振動の角振動数 ω [rad/s] と周期 T [s] を求めよ。円周率を π とする。

$F = -30x$ は復元力であり $K = 30 \text{ N/m}$

よって 角振動数 $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{30}{0.30}}$
 $= 10 \text{ rad/s}$

周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0.20\pi \text{ s}$

問 25

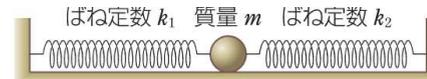
ばね定数 50 N/m の軽いつる巻きばねの一端に質量 2.0 kg の小球をつけたばね振り子を、なめらかな水平面上に置いて他端を固定し、ばねを伸ばしてから静かに手をはなす。このとき、小球の振動の周期 T [s] を求めよ。円周率を π とする。

単振動の周期の式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ の K を、 $K = 50 \text{ N/m}$ として

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2.0}{50}} = \frac{2\pi}{5} = 0.40\pi \text{ s}$$

問 26

図のように、なめらかな水平面上の質量 m [kg] の小球に、ばね定数 k_1, k_2 [N/m] のつる巻きばねが連結され、どちらも自然の長さである。小球を面にそって少し右に動かしてからはなしたときの、小球の振動の周期 T [s] を求めよ。円周率を π とする。



小球の静止の位置を原点 O とし、右向きを正の向きとする。小球にはたらく力 F [N] は、変位が x [m] のとき

$$F = -k_1x - k_2x = -(k_1 + k_2)x$$

となるから、単振動をする。

$$\text{周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \text{ [s]}$$

