

1

次の問いに答えなさい。

(1)

4人をP, Q, Rの3つの部屋に入れる方法は何通りありますか。ただし、1人も入らない部屋があってもよいものとする

解答

4人それぞれについて、部屋の選び方が3通りずつあるから
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ (通り)

(2)

6種類の数字1, 2, 3, 4, 5, 6を繰り返し使って、3桁の整数を作るとき、何通りの整数を作ることができますか。

解答

百の位, 十の位, 一の位のそれぞれについて6通りずつあるから
 $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$ (個)

(3)

8人が手をつないで輪をつくる並び方は何通りありますか。

解答

8人の円順列になるから
 $(8 - 1)! = 7!$
 $= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 7 \times 720 = 5040$ (通り)

2

次の値を求めなさい。

(1)

${}_9C_2$

$= \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$

(2)

${}_{10}C_3$

$= \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

(3)

${}_4C_4$

$= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1$

(4)

${}_{15}C_{13} = {}_{15}C_2$

$= \frac{15 \times 14}{2 \times 1} = 105$

(5)

${}_{22}C_{19} = {}_{22}C_3$

$= \frac{22 \times 21 \times 20}{3 \times 2 \times 1} = 1540$

(6)

${}_{10}C_0$

$= {}_{10}C_{10} = 1$

組合せ

${}_nC_n = 1$

${}_nC_0 = 1$

${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$

3

男子7人、女子5人、計12人の中から4人の役員を選ぶとき、次のような選び方は何通りありますか。

(1)

男女の区別なく4人を選ぶ。

解答

計12人から4人を選ぶから
 ${}_{12}C_4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$ (通り)

(2)

男子2人、女子2人を選ぶ。

解答

男子7人から2人、女子5人から2人を選ぶから
 ${}_7C_2 \times {}_5C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 21 \times 10 = 210$ (通り)

(3)

4人とも男子を選ぶ。

解答

男子7人から4人を選ぶから
 ${}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$ (通り)

(4)

少なくとも1人は女子を選ぶ。

解答

全部の選び方から、4人とも男子を選ぶ場合を除けばよいから
 ${}_{12}C_4 - {}_7C_4 = 495 - 35 = 460$ (通り)

(全事象) - (余事象)

※ 余事象: 反対の事象

4

正六角形について、次の数を求めなさい。

(1)

3個の頂点を結んでできる三角形の個数

解答

6個の頂点から3個を選んで線を引けば三角形ができるから
 ${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ (個)

(2)

4個の頂点を結んでできる四角形の個数

解答

6個の頂点から4個を選んで線を引けば四角形ができるから
 ${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (個)

(3)

2個の頂点を結んでできる直線の本数

解答

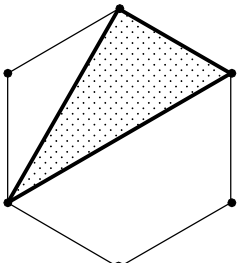
6個の頂点から2個を選んで線を引けばよいから
 ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (本)

(4)

対角線の本数

解答

(3)の直線の本数から、辺の本数を引けばよいから
 $15 - 6 = 9$ (本)



5

右の図のような道がある。次の場合の遠まわりしないで行く道順は何通りありますか。

(1)

AからBへ行く。

解答

(→→→→→↑↑↑の8つ) AからBへ行く道順は8通りある。右には5回、上には3回行けばよいから
 ${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (通り)

補足

解答では、8つの通りのうち、どこかで3回以上に行く場合を求めたが、残り5回は自動的に横に進む道を選ぶことになるので、 ${}_8C_3 \times {}_5C_5 = {}_8C_3 \times 1 = {}_8C_3$ とできる。

(2)

AからCを通ってBへ行く。

解答

AからCまで ${}_4C_2$ 通り、CからBまで ${}_4C_1$ 通りだから
 ${}_4C_2 \times {}_4C_1 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 4 = 24$ (通り)

(3)

Cを通らないでAからBへ行く。

解答

全部の道順から、Cを通る道順を除けばよいから
 $56 - 24 = 32$ (通り)

(4)

区間CDを通ってAからBへ行く。

解答

AからCまで ${}_4C_2$ 通り、CからD間は1通り、DからBまで ${}_3C_1$ 通りだから
 ${}_4C_2 \times 1 \times {}_3C_1 = 6 \times 1 \times 3 = 18$ (通り)

