2025　数学A(後期)　第４回レポート対応面接資料　「確率（２）」　教科書 p.44 ～p.55

1　番号を書いた赤玉 ①，②，③，④ と白玉 ⑤，⑥，⑦ が入った袋から１個の玉を取り出します。

取り出した玉が赤玉である事象を A，

取り出した玉が偶数である事象を B

とするとき，次の確率を求めなさい。

(1)　$P(A)$　　事象 A（赤玉を取り出す）が起きる確率

解答　$P(A)=\dfrac{{}_4C_1}{{}_7C_1}=\dfrac{4}{7}$

(2)　$P_A(B)$　　A が起きた（赤玉を取り出した）状況下で，B が起きる（偶数を取り出す）確率

解答　$P_A(B)=\dfrac{{}_2C_1}{{}_4C_1}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

(3)　$P(A\cap B)$

解答　$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$

$=\dfrac{4}{7}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{7}$

(4)　$P_{\overline{A}}(B)$　　$\overline{A}$ ：赤玉ではない⟹「白玉を取り出した」ということ

解答　$P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{{}_1C_1}{{}_3C_1}=\dfrac{1}{3}$

2　6 本の当たりくじを含む 10 本のくじがある。 a，b の 2 人がこの順に 1 本ずつくじを引く。

a が当たりくじを引く事象を A，

b が当たりくじを引く事象を B

とするとき，次の確率を求めなさい。ただし，引いたくじは元に戻さないものとする。

(1)　$P(A)=\dfrac{{}_6C_1}{{}_{10}C_1}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

(2)　$P_A(B)$　　A が起きた（a が当たりくじを引いた）状況下で，B が起きる（b が当たりくじを引く）確率

解答　$P_A(B)=\dfrac{{}_5C_1}{{}_9C_1}=\dfrac{5}{9}$

(3)　$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$

$=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{1}{3}$

(4)　$P_{\overline{A}}(B)$　　$\overline{A}$ が起きた（a が外れくじを引いた）状況下で，B が起きる（b が当たりくじを引く）確率

解答　$P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{{}_6C_1}{{}_9C_1}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

(5)　$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)$

$=\dfrac{{}_4C_1}{{}_{10}C_1}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{10}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{15}$

(6)　$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)$

$=\dfrac{1}{3}+\dfrac{4}{15}=\dfrac{5+4}{15}=\dfrac{3}{5}$

3　賞金と本数が下の表のようになっているくじを 1 本引くとき，参加料が 500 円であるとします。このくじの賞金の期待値を求め、このくじを引くことは得であるか損であるか，理由をつけて答えなさい。

	賞金	本数
1 等	2000 円	10 本
2 等	1200 円	15 本
3 等	500 円	20 本
はずれ	0 円	55 本
計		100 本

解答　くじを 1 本引くときの獲得できるであろう賞金の期待値は

$2000\times\dfrac{10}{100}+1200\times\dfrac{15}{100}+500\times\dfrac{20}{100}+0\times\dfrac{55}{100}$

$=\dfrac{20000}{100}+\dfrac{18000}{100}+\dfrac{10000}{100}+0$

$=\dfrac{48000}{100}=480$円

参加料 500 円よりも期待値が低いので，損である。

4　1 個のさいころを 3 回投げるとき，次の確率を求めなさい。

(1)　1 の目がちょうど 2 回出る確率

解答　さいころを 3 回投げる中で，1 の目が 2 回，1 以外の目が 1 回出れば良いから

${}_3C_2\times\left(\dfrac{1}{6}\right)^2\times\left(\dfrac{5}{6}\right)^1=3\times\dfrac{1}{36}\times\dfrac{5}{6}=\dfrac{5}{72}$

(2)　3 の倍数の目がちょうど 2 回出る確率

解答　3 の倍数の目（3または6 の 2 目）が 2 回，他の 4 目が 1 回出れば良いから

${}_3C_2\times\left(\dfrac{2}{6}\right)^2\times\left(\dfrac{4}{6}\right)^1=3\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\times\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{2}{9}$

(3)　3 の倍数の目が 2 回以上出る確率

解答　「3 の倍数の目が 2 回以上出る」とは，

（ i ） 3 の倍数が 2 回　または （ ii ） 3 の倍数が 3 回出ることである。

（ i ）は (2) ですでに求めていて $\dfrac{2}{9}$ であった。

（ ii ）の 3 の倍数の目が 3 回出る確率は

${}_3C_3\times\left(\dfrac{2}{6}\right)^3=1\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\dfrac{1}{27}$

（ i ），（ ii ）より

求める確率は　$\dfrac{2}{9}+\dfrac{1}{27}=\dfrac{6+1}{27}=\dfrac{7}{27}$

> 反復試行（n 回試行するとき p が r 回起こる）の確率は
> ${}_nC_r p^r q^{n-r}$　　（$q=1-p$）
> で計算します。

(4)　少なくとも 1 回は 3 の倍数の目が出る確率

「少なくとも」⟹全部 3 の倍数以外の目が出る事象を考える。

解答　3 回とも 3 の倍数以外の目が出るのは

${}_3C_3\left(\dfrac{4}{6}\right)^3=\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{8}{27}$

よって，求める確率は，$1-\dfrac{8}{27}=\dfrac{19}{27}$