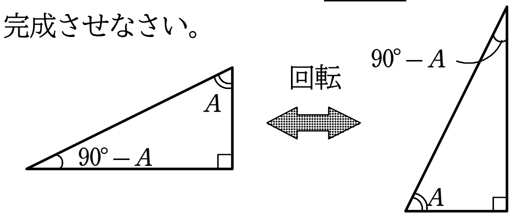
2025　数学Ⅰ上　後期　第４回レポート対応面接資料　　「三角比の相互関係」「鈍角の三角比」教科書 p.111 ～p.119

1 (1)　$90°-A$ の三角比について，□の中に適するものを入れ，公式を完成させなさい。



$\sin(90°-A) = \boxed{\cos A}$　　$\cos(90°-A) = \boxed{\sin A}$

(2)　(1)の公式を用いて，次のものを 45° 以下の角の三角比で表しなさい。

①　$\sin 73° = \sin\left(90° - \boxed{17°}\right) = \cos \boxed{17°}$

②　$\cos 48° = \cos\left(90° - \boxed{42°}\right) = \sin \boxed{42°}$

2 (1)　三角比の相互関係を答えなさい。

$\tan A = \dfrac{\boxed{\sin A}}{\boxed{\cos A}}$　　$\boxed{\sin^2 A} + \boxed{\cos^2 A} = 1$

(2)　(1)の関係式を用いて，$\cos A = \dfrac{1}{4}$　（A：鋭角）のとき，$\sin A$ と $\tan A$ の値を求めなさい。

解答　公式 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ より

$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$

$= 1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^2$

$= 1 - \dfrac{1}{16} = \dfrac{15}{16}$

このことから

$\sin A = \pm\sqrt{\dfrac{15}{16}} = \pm\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ となるが

A は鋭角なので $\sin A > 0$ をとり

$\sin A = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

次に，$\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$ より

$\tan A = \dfrac{\sqrt{15}}{4} \div \dfrac{1}{4}$

$= \dfrac{\sqrt{15}}{4} \times 4$

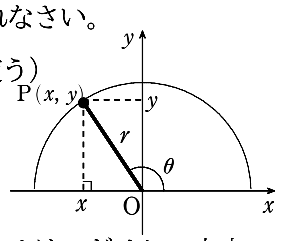
$= \sqrt{15}$

3　次の公式の□内に適するものを入れなさい。

(1)　鈍角まで拡張した三角比（r, x, y を使う）

$\sin\theta = \boxed{\dfrac{y}{r}}$　　$\cos\theta = \boxed{\dfrac{x}{r}}$

$\tan\theta = \boxed{\dfrac{y}{x}}$



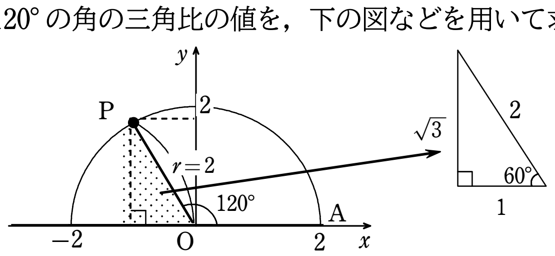
θ は，ギリシャ文字で $\boxed{\text{シータ}}$ と読む。

(2)　$180°-\theta$ の三角比

$\sin(180°-\theta) = \boxed{\sin\theta}$　　$\cos(180°-\theta) = \boxed{-\cos\theta}$

$\tan(180°-\theta) = \boxed{-\tan\theta}$

4　120° の角の三角比の値を，下の図などを用いて求めなさい。



半円の半径を　$r=2$ とすると点 P の座標は $\left(\boxed{-1}, \boxed{\sqrt{3}}\right)$ よって

$\sin 120° = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$，$\cos 120° = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$，$\tan 120° = \boxed{-\sqrt{3}}$

5　次の三角比の表の空欄をうめなさい。（この表は覚えておくこと）

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\theta$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$	0	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	／	$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	0

◎上の表の符号をまとめると次のようになる。

θ	鋭角($0° < \theta < 90°$)	鈍角($90° < \theta < 180°$)
$\sin\theta$	+	+
$\cos\theta$	+	−
$\tan\theta$	+	−

6　次の□の中に適する角度を入れ、鋭角の三角比で表しなさい。

(1)　$\sin 164° = \sin\left(180° - \boxed{16°}\right) = \sin \boxed{16°}$

(2)　$\cos 157° = \cos\left(180° - \boxed{23°}\right) = -\cos \boxed{23°}$

(3)　$\tan 103° = \tan\left(180° - \boxed{77°}\right) = -\tan \boxed{77°}$

7　θ が鈍角で，$\sin\theta = \dfrac{1}{4}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

解答　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　より

$\cos^2\theta = 1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 = \dfrac{15}{16}$

$\cos\theta = \pm\sqrt{\dfrac{15}{16}} = \pm\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

θ は鈍角なので，$\cos\theta < 0$　であるから

$\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

また，$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{4} \div \left(-\dfrac{\sqrt{15}}{4}\right)$

$= \dfrac{1}{4} \times \left(-\dfrac{4}{\sqrt{15}}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{15}}$

よって　$\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，$\tan\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{15}}$

8　おまけ（応用問題）

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\sin\theta\cos\theta$　　(2)　$\dfrac{1}{\sin\theta} + \dfrac{1}{\cos\theta}$　　(3)　$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta}$

解答　(1)　$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$ より　　$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \dfrac{4}{9}$

$2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{4}{9} - 1 = -\dfrac{5}{9}$

よって　$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{5}{18}$

(2)　$\dfrac{1}{\sin\theta} + \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{\dfrac{2}{3}}{-\dfrac{5}{18}} = -\dfrac{12}{5}$

(3)　$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} = \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{1}{-\dfrac{5}{18}} = -\dfrac{18}{5}$

さらに…

三角比の相互関係にはもう１つあります。進学希望者は暗記必須なので，必ず覚えておきましょう。

$$\boxed{1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}}$$