



$2^4$  から  $2^1$  までは計算すると、上のように、どんどん  $\div 2$  をされている。  
この法則にしたがって、0 乗や負の整数の指数を考えてみよう。  
上の  に入る数字を考えてみよう！

指数が 0 や負の整数である場合の累乗の意味を、次のように定める。

※重要※  $a \neq 0$  で、 $n$  は正の整数とする。

$a^0 = \boxed{1}, \quad a^{-n} = \boxed{\frac{1}{a^n}} \quad \text{とくに} \quad a^{-1} = \boxed{\frac{1}{a}}$

例 1  $2^0=1, \quad 10^{-4}=\frac{1}{10^4}, \quad 2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}, \quad 3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$

練習 1 次の  に適する数を求めよ。ただし、(1)～(3)、(5) は整数、(4) は小数とする。

(1)  $5^0=\boxed{\phantom{00}}$       (2)  $4^{-2}=\frac{1}{4^{\boxed{\phantom{00}}}}=\boxed{\phantom{00}}$       (3)  $3^{-3}=\frac{\phantom{00}}{3^{\boxed{\phantom{00}}}}=\boxed{\phantom{00}}$

(4)  $0.001=\frac{1}{1000}=\frac{1}{10^{\boxed{\phantom{00}}}}=10^{\boxed{\phantom{00}}}$       発展 (5)  $0.00074=7.4 \times 10^{\boxed{\phantom{00}}}$

解答 (1) 1      (2)  $2, \frac{1}{16}$       (3)  $3, \frac{1}{27}$       (4) 3, -3      (5) -4

一般に、指数が整数の場合に、次の指数法則が成り立つ。

指数法則 (指数が整数)

$a \neq 0, b \neq 0$  で、 $m, n$  は整数とする。

1  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3  $(a^m)^n = a^{mn}$

4  $(ab)^n = a^n b^n$

練習 2 次の  に適する数を求めよ。

(1)  $3^4 \times 3^{-2} = 3^{\boxed{\phantom{00}}}$       (2)  $10^{-3} \div 10^2 = 10^{\boxed{\phantom{00}}}$   
(3)  $(3^{-2})^4 = 3^{\boxed{\phantom{00}}}$       (4)  $(2 \times 3^4)^{-2} = 2^{\boxed{\phantom{00}}} \times 3^{\boxed{\phantom{00}}}$   
解答 (1) 2      (2) -5      (3) -8      (4) -2, -8

練習 3 次の計算をせよ。

(1)  $7^0$       (2)  $8^{-2}$       (3)  $2^8 \times 2^{-5}$   
(4)  $(3^{-2})^{-3}$       (5)  $5^{-4} \times 5^6$       (6)  $9^{-4} \times 9^6 \div 9^2$   
解答 (1) 1      (2)  $\frac{1}{64}$       (3) 8      (4) 729      (5) 25      (6) 1

※復習 次の問いに答えよ。

- (1) 4 の平方根を答えよ。 答え：±2
- (2) 25 の平方根を答えよ。 答え：±5
- (3) 3 の平方根を答えよ。 答え：±√3

$a$  の平方根とは、2 乗すると  $a$  になる数のことでした。同様に、3 乗すると  $a$  になる数、4 乗すると  $a$  になる数・・・を探してみよう。

※教科書を見ながら  に入る言葉を埋めよう！

$n$  を正の整数とすると、 $n$  乗すると  $a$  になる数を  $a$  の   $n$  乗根 という。

すなわち、方程式  $x^n=a$  の解が  $a$  の  $n$  乗根である。また、 $a$  の 2 乗根 (平方根)、3 乗根、4 乗根、…… をまとめて  $a$  の  累乗根 という。

- 例 2 (1)  $2^3=8$  から、2 は 8 の 3 乗根である。
- (2)  $3^4=(-3)^4=81$  から、3 と  $-3$  は 81 の 4 乗根である。 終

練習 3 次の  に適する数を求めよ。

- (1)  $(-2)^3=-8$  であるから、 は  $-8$  の  乗根である。
- (2)  $2^4=(-2)^4=16$  であるから、2 と  は 16 の  乗根である。

解答 (1)  $-2$  (2)  $-2$

問題 1 次の問いに答えよ。

- (1) 27 の 3 乗根を求めよ。→ヒント 3 乗すると 27 になる数は？
- (2) 16 の 4 乗根を求めよ。→ヒント 4 乗すると 16 になる数は？
- (3) 1 の 10 乗根は？

解答 (1) 3 (2) 2,  $-2$  (3) 1,  $-1$

正の数  $a$  の  $n$  乗根のうち、正であるものを  $\sqrt[n]{a}$  で表す。

- 例 3 (1)  $2^3=8$  であるから  $\sqrt[3]{8}=2$
- (2)  $3^4=81$  であるから  $\sqrt[4]{81}=3$  終

$a>0$  のとき  $\sqrt[n]{a}>0,$   $(\sqrt[n]{a})^n=a,$   $\sqrt[n]{a^n}=a$

練習 4 次の値を求めよ。

- (1)  $\sqrt[3]{1}$  →ヒント 3 乗すると 1 になる数は？
- (2)  $\sqrt[3]{27}$  →ヒント 3 乗すると 27 になる数は？
- (3)  $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$  →ヒント 4 乗すると  $\frac{1}{16}$  になる数は？ (プラスのみ)

解答 (1) 1 (2) 3 (3)  $\frac{1}{2}$

先ほどの練習 4 までは、3 や 4 など、実際に簡単な累乗根があった。  
しかし、「5 の 3 乗根」などはきれいな整数の形で存在しない。そこで、「5 の 3 乗根」は  $\sqrt[3]{5}$  , 「7 の 10 乗根」は  $\sqrt[10]{7}$  のように書く。

注意  $\sqrt[n]{a}$  は「 $n$  乗根  $a$ 」と読む。また、 $\sqrt[2]{a}$  は、ふつう  $\sqrt{a}$  と書く。

練習 5 次の数を  $\sqrt{\quad}$  を用いて表せ。

- (1) 3 の 5 乗根 (2) 10 の 3 乗根

解答 (1)  $\sqrt[5]{3}$  (2)  $\sqrt[3]{10}$