

7 P($t, t^2 + 4t + 11$) とおく。

直線 AB の方程式は

$$y - 1 = \frac{3 - 1}{2 - 1}(x - 1)$$

すなわち $2x - y - 1 = 0$

また $AB = \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{5}$

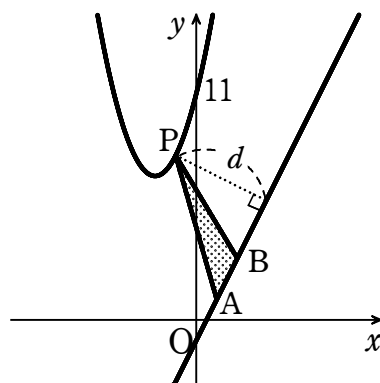
点 P と直線 AB の距離を d とすると

$$\begin{aligned} d &= \frac{|2t - (t^2 + 4t + 11) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \\ &= \frac{|-(t^2 + 2t + 12)|}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{|t^2 + 2t + 12|}{\sqrt{5}} = \frac{|(t + 1)^2 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{(t + 1)^2 + 11}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

よって、 d は $t = -1$ のとき最小値 $\frac{11}{\sqrt{5}}$ をとる。

このとき、 $\triangle PAB$ の面積 S は最小で

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{11}{\sqrt{5}} = \frac{11}{2}$$



数学脳は活性化してきましたか？

今回の問題は、図形と方程式の問題でした。

線分 AB の長さが一定だから、高さが最短になるとき、面積も最小になりますね!!!

これは”点と直線の距離”の公式を使うと簡単ですが、使いこなせてるかな？

7 の問題が解けなかった人は、

数学Ⅱの「図形と方程式『点と直線』」を復習しよう!!!

- 8 放物線 $y = x^2 + 2ax + a$ が x 軸と異なる2点で交わるように、 a の値が変化するとき、この放物線の頂点 P の軌跡を求めよ。