

(1)

$\triangle ABG$ と $\triangle HBC$ において,

仮定より (四角形 $ABHI$, $BCFG$ は正方形である。),

$$AB=HB \dots ①$$

$$BG=BC \dots ②$$

ここで,

$$\angle ABG = \angle ABC + \angle CBG = \angle ABC + 90^\circ$$

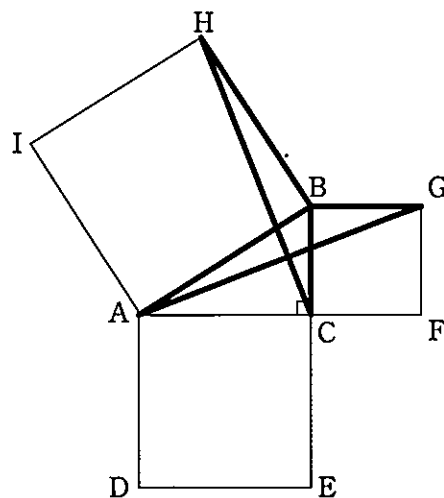
$$\angle HBC = \angle ABC + \angle HBA = \angle ABC + 90^\circ$$

$$\text{よって, } \angle ABG = \angle HBC \dots ③$$

①②③より,

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABG \equiv \triangle HBC$$



(2)

$BG \parallel AF$ より, $\triangle ABG = \triangle CBG$ (等積変形) $\dots ①$

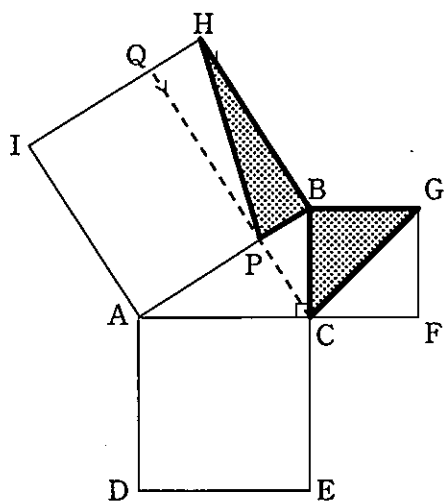
$BH \parallel QC$ より, $\triangle HBC = \triangle HBP$ (等積変形) $\dots ②$

(1) より, $\triangle ABG \equiv \triangle HBC$ であるから,

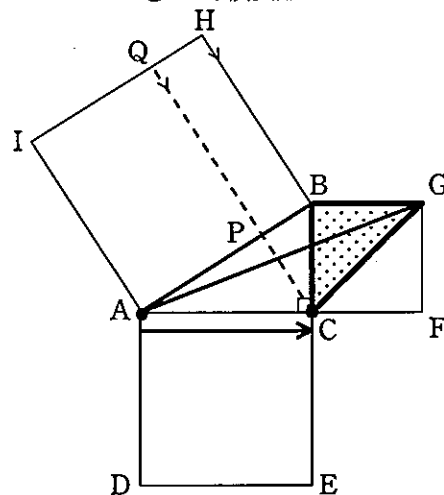
$$\triangle ABG = \triangle HBC \dots ③$$

①②③より, $\triangle CBG = \triangle HBP$

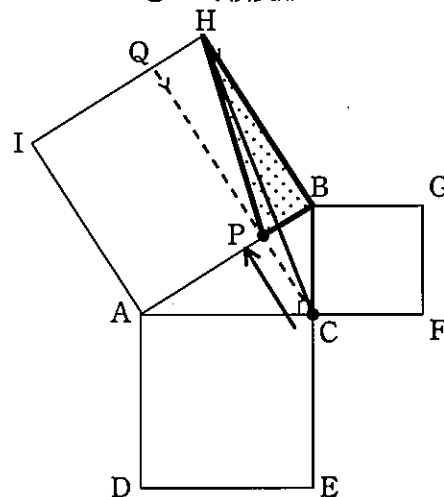
よって, 長方形 $PBHQ$ = 正方形 $BCFG$



①の等積変形



②の等積変形



(3)

(1), (2) と同様に $\triangle ABD$ と $\triangle AIC$ を考えると, (右図)

$$\triangle ABD \equiv \triangle AIC \dots ①$$

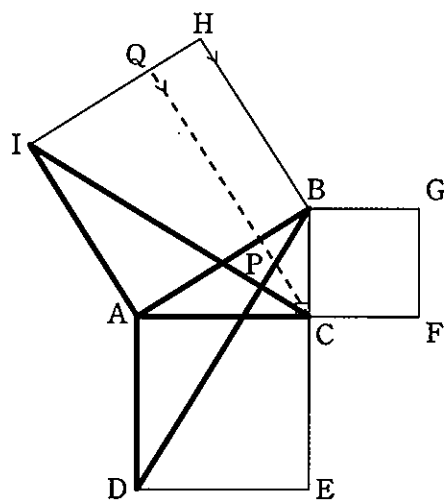
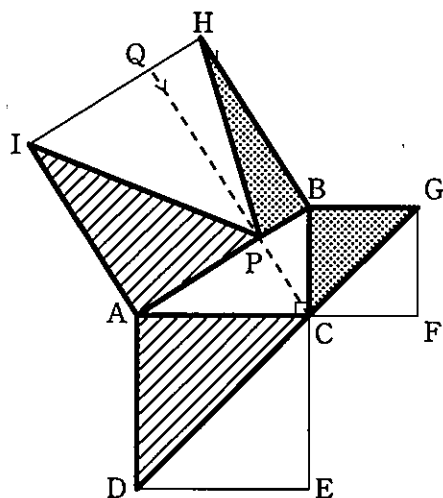
等積変形により,

$$\triangle ABD = \triangle ACD \dots ②$$

$$\triangle AIC = \triangle AIP \dots ③$$

よって, $\triangle ACD = \triangle AIP$

したがって, 長方形 $AIQP =$ 正方形 $ACED$ となる。



ここで, 長方形 $PBHQ +$ 長方形 $AIQP =$ 正方形 $ABHI$ なので,
正方形 $ABHI =$ 正方形 $ACED +$ 正方形 $BCFG$ が成り立つ。