

## [1] [324改訂版 新編 数学III 練習1]

次の数列の極限値をいえ。

(1)  $1+1, 1+\frac{1}{2}, 1+\frac{1}{3}, \dots, 1+\frac{1}{n}, \dots$

(2)  $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \dots, \frac{(-1)^n}{n}, \dots$

(3)  $\cos\pi, \cos 3\pi, \cos 5\pi, \dots, \cos(2n-1)\pi, \dots$

## [2] [324改訂版 新編 数学III 練習2]

第  $n$  項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

(1)  $2n$  (2)  $\frac{1}{\sqrt{n}}$

(3)  $-n^2$  (4)  $1+(-1)^n$

## [3] [324改訂版 新編 数学III 練習3]

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -2$  のとき、次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n)$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + 2b_n)$

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 1)$  (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n + 5}{2a_n - 1}$  (6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - b_n}{a_n + b_n}$

## [4] [324改訂版 新編 数学III 練習4]

次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^3 - n^2)$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - 3n^2)$

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - n^3)$  (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n-2}$

(5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{n^2+3}$  (6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-2n}{2n+1}$

## [5] [324改訂版 新編 数学III 練習5]

次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-n} - n)$

## [6] [324改訂版 新編 数学III 練習6]

$\theta$  を定数とするとき、次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin n\theta$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\theta}{6}$

## [7] [324改訂版 新編 数学III 練習7]

第  $n$  項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

(1)  $(\sqrt{3})^n$  (2)  $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

(3)  $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$  (4)  $2\left(-\frac{4}{5}\right)^n$

## [8] [324改訂版 新編 数学III 練習8]

数列  $\{(x-1)^n\}$  が収束するような  $x$  の値の範囲を求めよ。また、そのときの極限値を求めよ。

## [9] [324改訂版 新編 数学III 練習9]

次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 2^n}{5^n + 2^n}$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 2^n}{3^n}$  (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}}{3^n - 2^n}$

## [10] [324改訂版 新編 数学III 練習10]

数列  $\left\{\frac{1-r^n}{1+r^n}\right\}$  の極限を、次の各場合について求めよ。

- (1)  $r > 1$  (2)  $r = 1$   
(3)  $|r| < 1$  (4)  $r < -1$

## [11] [324改訂版 新編 数学III 練習11]

次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の極限を求めよ。

(1)  $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$

(2)  $a_1 = 3, a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n + 3 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$

## [12] [324改訂版 新編 数学III 練習12]

次の無限級数は収束することを示し、その和を求めよ。

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots$$

## [13] [324改訂版 新編 数学III 練習13]

次のような無限等比級数の収束、発散を調べ、収束するときはその和を求めよ。

(1) 初項 1, 公比  $\frac{1}{2}$  (2) 初項  $\sqrt{2}$ , 公比  $-\sqrt{2}$

(3)  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \dots$  (4)  $(\sqrt{2} + 1) + 1 + (\sqrt{2} - 1) + \dots$

## [14] [324改訂版 新編 数学III 練習14]

次の無限等比級数が収束するような  $x$  の値の範囲を求めよ。また、そのときの和を求めよ。

(1)  $1 + (2-x) + (2-x)^2 + \dots$  (2)  $x + x(2-x) + x(2-x)^2 + \dots$

## [15] [324改訂版 新編 数学III 練習15]

数直線上で、点  $P$  が原点  $O$  から正の向きに 1 だけ進み、そこから負の向きに  $\frac{1}{2^2}$ 、そこから正の向きに  $\frac{1}{2^4}$ 、そこから負の向きに  $\frac{1}{2^6}$  と進む。

以下、このような運動を限りなく続けるとき、点  $P$  の極限の位置の座標を求めよ。

## [16] [324改訂版 新編 数学III 練習16]

次の無限級数の和を求めよ。

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4^n} + \frac{2}{3^n}\right)$  (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 3^n}{4^n}$

## [17] [324改訂版 新編 数学III 補充問題1]

次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n})$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2-n} - n}$

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^{n+1}}{2^{2n} - 3^n}$  (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1} - 2^n}{3^n + (-2)^n}$

## [18] [324改訂版 新編 数学III 補充問題2]

次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の極限を求めよ。

$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$

## 解答

1 [324改訂版 新編 数学III 練習1]

解答 (1) 1 (2) 0 (3) -1

2 [324改訂版 新編 数学III 練習2]

解答 (1)  $\infty$  (2) 0 (3)  $-\infty$  (4) 極限はない

3 [324改訂版 新編 数学III 練習3]

解答 (1) 3 (2) -1 (3) 0 (4) -2 (5) 3 (6) -3

4 [324改訂版 新編 数学III 練習4]

解答 (1)  $\infty$  (2)  $-\infty$  (3)  $-\infty$  (4)  $\frac{2}{3}$  (5) 0 (6)  $\infty$

5 [324改訂版 新編 数学III 練習5]

解答 (1) 0 (2)  $-\frac{1}{2}$

6 [324改訂版 新編 数学III 練習6]

解答 (1) 0 (2) 0

7 [324改訂版 新編 数学III 練習7]

解答 (1)  $\infty$  (2) 0 (3) 極限はない(振動) (4) 0

8 [324改訂版 新編 数学III 練習8]

解答  $0 < x \leq 2$  ; 極限値は  $0 < x < 2$  のとき 0,  $x = 2$  のとき 1

9 [324改訂版 新編 数学III 練習9]

解答 (1) 1 (2)  $\infty$  (3) 0

10 [324改訂版 新編 数学III 練習10]

解答 (1) -1 (2) 0 (3) 1 (4) -1

11 [324改訂版 新編 数学III 練習11]

解答 (1)  $\frac{3}{2}$  (2) 2

12 [324改訂版 新編 数学III 練習12]

解答 証明略, 和は  $\frac{1}{2}$

13 [324改訂版 新編 数学III 練習13]

解答 (1) 収束, 和は 2 (2) 発散 (3) 収束, 和は  $\frac{3}{4}$

(4) 収束, 和は  $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

14 [324改訂版 新編 数学III 練習14]

解答 (1)  $1 < x < 3$ , 和は  $\frac{1}{x-1}$

(2)  $x = 0$ ,  $1 < x < 3$  ; 和は  $x = 0$  のとき 0,  $1 < x < 3$  のとき  $\frac{x}{x-1}$

15 [324改訂版 新編 数学III 練習15]

解答  $\frac{4}{5}$

16 [324改訂版 新編 数学III 練習16]

解答 (1)  $\frac{4}{3}$  (2) -2

17 [324改訂版 新編 数学III 補充問題1]

解答 (1) 1 (2) -2 (3) 4 (4)  $\frac{1}{3}$

18 [324改訂版 新編 数学III 補充問題2]

解答  $\infty$