

1

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習1]
次の数列の極限値をいえ。
(1) $1+1, 1+\frac{1}{2}, 1+\frac{1}{3}, \dots, 1+\frac{1}{n}, \dots$
(2) $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \dots, \frac{(-1)^n}{n}, \dots$
(3) $\cos\pi, \cos3\pi, \cos5\pi, \dots, \cos(2n-1)\pi, \dots$

2

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習2]
第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ。
(1) $2n$ (2) $\frac{1}{\sqrt{n}}$
(3) $-n^2$ (4) $1+(-1)^n$

3

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習3]
 $\lim_{n\rightarrow\infty} a_n=1, \lim_{n\rightarrow\infty} b_n=-2$ のとき、次の極限を求めよ。
(1) $\lim_{n\rightarrow\infty} (a_n-b_n)$ (2) $\lim_{n\rightarrow\infty} (3a_n+2b_n)$
(3) $\lim_{n\rightarrow\infty} (a_n-1)$ (4) $\lim_{n\rightarrow\infty} a_nb_n$
(5) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{b_n+5}{2a_n-1}$ (6) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{a_n-b_n}{a_n+b_n}$

4

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習4]
次の極限を求めよ。
(1) $\lim_{n\rightarrow\infty} (2n^3-n^2)$ (2) $\lim_{n\rightarrow\infty} (n-3n^2)$
(3) $\lim_{n\rightarrow\infty} (2n-n^3)$ (4) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{2n+1}{3n-2}$
(5) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{4n-1}{n^2+3}$ (6) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{n^2-2n}{2n+1}$

5

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習5]
次の極限を求めよ。
(1) $\lim_{n\rightarrow\infty} (\sqrt{n+2}-\sqrt{n})$ (2) $\lim_{n\rightarrow\infty} (\sqrt{n^2-n}-n)$

6

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習6]
 θ を定数とするとき、次の極限を求めよ。
(1) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{1}{n} \sin n\theta$ (2) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{1}{n} \cos \frac{n\theta}{6}$

7

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習7]
第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ。
(1) $(\sqrt{3})^n$ (2) $\left(\frac{2}{3}\right)^n$
(3) $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$ (4) $2\left(-\frac{4}{5}\right)^n$

8

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習8]
数列 $\{(x-1)^n\}$ が収束するような x の値の範囲を求めよ。また、そのときの極限値を求めよ。

9

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習9]
次の極限を求めよ。
(1) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{5^n-2^n}{5^n+2^n}$ (2) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{4^n-2^n}{3^n}$ (3) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n-2^n}$

10

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習10]
数列 $\left\{\frac{1-r^n}{1+r^n}\right\}$ の極限を、次の各場合について求めよ。
(1) $r>1$ (2) $r=1$
(3) $|r|<1$ (4) $r<-1$

11

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習11]
次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。
(1) $a_1=1, a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n+1$ ($n=1, 2, 3, \dots$)
(2) $a_1=3, a_{n+1}=-\frac{1}{2}a_n+3$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

12

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習12]
次の無限級数は収束することを示し、その和を求めよ。
 $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\dots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}+\dots$

13

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習13]
次のような無限等比級数の収束、発散を調べ、収束するときはその和を求めよ。
(1) 初項 1 , 公比 $\frac{1}{2}$ (2) 初項 $\sqrt{2}$, 公比 $-\sqrt{2}$
(3) $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\dots$ (4) $(\sqrt{2}+1)+1+(\sqrt{2}-1)+\dots$

14

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習14]
次の無限等比級数が収束するような x の値の範囲を求めよ。また、そのときの和を求めよ。
(1) $1+(2-x)+(2-x)^2+\dots$ (2) $x+x(2-x)+x(2-x)^2+\dots$

15

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習15]
数直線上で、点 P が原点 O から正の向きに 1 だけ進み、そこから負の向きに $\frac{1}{2^2}$, そこから正の向きに $\frac{1}{2^4}$, そこから負の向きに $\frac{1}{2^6}$ と進む。
以下、このような運動を限りなく続けるとき、点 P の極限の位置の座標を求めよ。

16

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習16]
次の無限級数の和を求めよ。
(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4^n}+\frac{2}{3^n}\right)$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-3^n}{4^n}$

17

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 補充問題1]
次の極限を求めよ。
(1) $\lim_{n\rightarrow\infty} (\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n})$ (2) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2-n-n}}$
(3) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{3^n+4^{n+1}}{2^{2n}-3^n}$ (4) $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{3^{n-1}-2^n}{3^n+(-2)^n}$

18

[324改訂版 新編 数学Ⅲ 補充問題2]
次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。
 $a_1=1, a_{n+1}=2a_n+1$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

1 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習1]

解答 (1) 1 (2) 0 (3) -1

2 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習2]

解答 (1) ∞ (2) 0 (3) -∞ (4) 極限はない

3 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習3]

解答 (1) 3 (2) -1 (3) 0 (4) -2 (5) 3 (6) -3

4 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習4]

解答 (1) ∞ (2) -∞ (3) -∞ (4) $\frac{2}{3}$ (5) 0 (6) ∞

5 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習5]

解答 (1) 0 (2) $-\frac{1}{2}$

6 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習6]

解答 (1) 0 (2) 0

7 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習7]

解答 (1) ∞ (2) 0 (3) 極限はない(振動) (4) 0

8 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習8]

解答 $0 < x \leq 2$; 極限值は $0 < x < 2$ のとき 0, $x = 2$ のとき 1

9 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習9]

解答 (1) 1 (2) ∞ (3) 0

10 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習10]

解答 (1) -1 (2) 0 (3) 1 (4) -1

11 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習11]

解答 (1) $\frac{3}{2}$ (2) 2

12 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習12]

解答 証明略, 和は $\frac{1}{2}$

13 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習13]

解答 (1) 収束, 和は 2 (2) 発散 (3) 収束, 和は $\frac{3}{4}$
(4) 収束, 和は $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

14 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習14]

解答 (1) $1 < x < 3$, 和は $\frac{1}{x-1}$
(2) $x = 0$, $1 < x < 3$; 和は $x = 0$ のとき 0, $1 < x < 3$ のとき $\frac{x}{x-1}$

15 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習15]

解答 $\frac{4}{5}$

16 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 練習16]

解答 (1) $\frac{4}{3}$ (2) -2

17 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 補充問題1]

解答 (1) 1 (2) -2 (3) 4 (4) $\frac{1}{3}$

18 [324改訂版 新編 数学Ⅲ 補充問題2]

解答 ∞