1　集合

集合

数学では「30以下の自然数の集まり」のように範囲のはっきりしたものの集まりを（　集合　）という。集合に入っている１つ１つのものを，その集合の（　要素　）という。

集合は下の例のように，｛　｝の中に要素を並べて表す。

例１（p.6）

(1)　3以上6以下の自然数全体の集合Aは

$$A=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$$

(2)　100以下の自然数全体の集合Bは

$$B=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 100\}$$

※ 要素の数が多い場合は，『……』を用いて途中を省略することが出来る。

練習１（p.6）

次の集合を，｛　｝の中に要素を書き並べて表せ。

(1)　2 以上 10 以下の偶数全体の集合 A

$$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$$

(2)　50 以下の自然数全体の集合 B

$$B=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 50\}$$

共通部分と和集合

集合Aと集合Bの両方に入っている要素全体の集合をAとBの（　共通部分　）という。

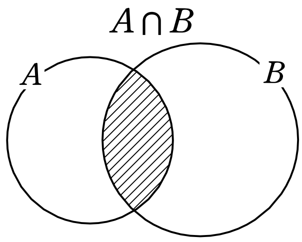
記号を使って$A\cap B$で表す。

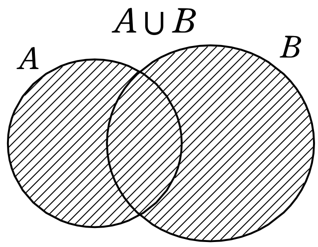
また，AとBの少なくとも一方に入っている要素全体の集合をAとBの（　和集合　）という。

記号を使って$A\cup B$で表す。

※ $A\cap B$の $\cap$ を「かつ」と呼び，$A\cup B$の $\cup$ を「または」と呼ぶ。

ベン図で表すと下のようになる。（斜線部）





空集合

要素が１つもない集合を（　空集合　）という。

記号を使って$\varnothing$と表す。

例２（p.7）

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6\}$，$B=\{1,\ 2,\ 6,\ 8,\ 12\}$ について

$$A\cap B=\{1,\ 2,\ 6\}$$

$$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12\}$$

例プラス

$A=\{1,\ 4,\ 6\}$，$B=\{5,\ 8,\ 12\}$ について

$$A\cap B=\varnothing$$

$$A\cup B=\{1,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 12\}$$

練習２（p.7）

次の 2 つの集合の共通部分 $A\cap B$ と和集合 $A\cup B$ を求めよ。

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11\}$，　$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

$$A\cap B=\{2\}$$

$$A\cup B=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 11\}$$

練習プラス

(1)　次の集合を，｛　｝の中に要素を書き並べて表せ。

27 の正の約数全体の集合 A

$$A=\{1,\ 3,\ 9,\ 27\}$$

(2)　次の 2 つの集合の共通部分 $A\cap B$ と和集合 $A\cup B$ を求めよ。

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，　$B=\{1,\ 4,\ 6\}$

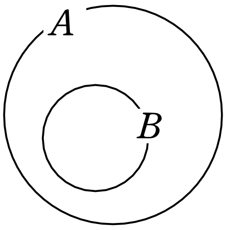
$$A\cap B=\varnothing$$

$$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$$

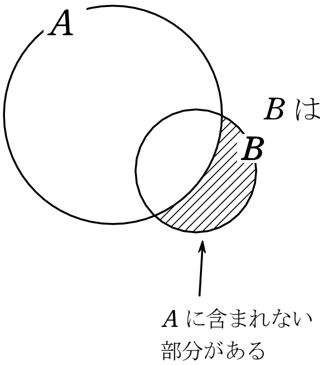
部分集合と全体集合、補集合

集合 A のどの要素も集合 B の要素であるとき，
A は B の（　部分集合　）であるという。
１つの集合 U を定めて，U の要素や，U の部分集合だけを考えるとき，U を（　全体集合　）という。
また，U の部分集合 A に対して，U の要素で，A の要素でないもの全体の集合を，A の（　補集合　）という。
記号を用いて $\overline{A}$ と表す。

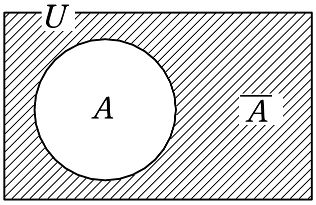
ベン図で表すと下のようになる。



B は A の部分集合である。



B は A の部分集合でない。

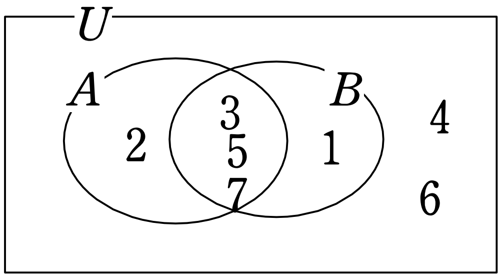


全体集合 U とその部分集合 A に対して，左の図の斜線部分が $\overline{A}$ になる。

☆豆知識☆
○全体集合の U は英語の Universal Set (全体集合) の頭文字からきています。

○補集合は英語で Complement Set といいます。
　ちなみに大学数学では補集合を A^c と表します。

例３（p.7）
$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ を全体集合とする。
$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ について



$\overline{A}$ は U の中で A でないものなので

$\overline{A}=\{1,\ 4,\ 6\}$

$\overline{B}$ は U の中で B でないものなので

$\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6\}$

また，$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ であるから

$\overline{A\cup B}=\{4,\ 6\}$

同様に，$A\cap B=\{3,\ 5,\ 7\}$ であるから

$\overline{A\cap B}=\{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$

練習３（p.7）
$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ を全体集合とする。
$A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ について，次の集合を求めよ。

(1)　$\overline{A}$

$\overline{A}=\{4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

(2)　$\overline{B}$

$\overline{B}=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$

(3)　$\overline{A\cup B}$

$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8\}$ であるから

$\overline{A\cup B}=\{5,\ 7\}$

2　集合の要素の個数

集合の要素の個数

集合Aの要素の個数が有限のとき，その個数を $n(A)$ と表す。

☆豆知識☆
集合 A 要素の個数を表す $n(A)$ の n は英語の number からきています。

例４（p.8）
(1)　$A=\{4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ のとき

$n(A)=5$

(2)　30 以下の自然数のうち，4 の倍数全体の集合を B とする。このとき，

$B=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ 28\}$ であるから

$n(B)=7$

練習４（p.8）
次の集合について，その要素の個数 $n(A)$，$n(B)$，$n(C)$ を求めよ。
(1)　20 以下の 2 けたの自然数全体の集合 A

$A=\{10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17,\ 18,\ 19,\ 20\}$ であるから

$n(A)=11$

(2)　1 けたの自然数のうち，偶数全体の集合 B

$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ であるから

$n(B)=4$

(3)　50 以下の自然数のうち，9 の倍数全体の集合 C

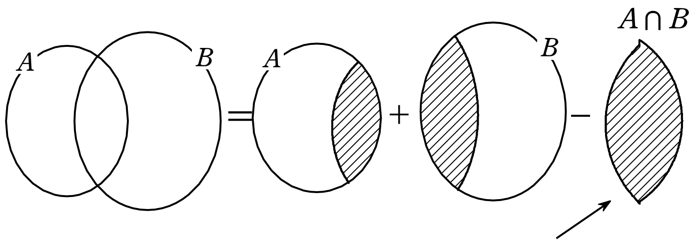
$C=\{9,\ 18,\ 27,\ 36,\ 45\}$ であるから

$n(C)=5$

ここまで出来た人は，集合の要素の個数についての基礎知識はバッチリですね。
では次に，２つの集合 A と B の和集合 $A\cup B$ の個数 $n(A\cup B)$について学んでいきましょう！

和集合の要素の個数

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$



A と B の共通部分を２回数えたことになるので引いてあげる

例題１（p.9）

各自で読んで確認してください。

※ 面倒臭かった訳ではありません!!

☆豆知識☆
『△以下の自然数のうち，○の倍数の個数』
を簡単に求めることができる方法があります。
実は，**△を○で割った時の<u>商</u>**が個数になります。

例えば…
50 以下の自然数のうち，3 の倍数の個数は，
$50\div3=16$ 余り 2
なので 16 個になります。

練習5（p.9）
40 以下の自然数のうち，次のような数は何個あるか。
(1)　3 の倍数かつ 4 の倍数

40 以下の自然数全体の集合を全体集合とし，3 の倍数全体の集合を A，4 の倍数全体の集合を B とすると

$n(A)=13,\ n(B)=10$

3 の倍数かつ 4 の倍数である数全体の集合は $A\cap B$ である。これは 3 と 4 の最小公倍数 12 の倍数全体の集合であるから

$A\cap B=\{12,\ 24,\ 36\}$

よって，求める個数は　$n(A\cap B)=3$　　3 個

(2)　3 の倍数または 4 の倍数

3 の倍数または 4 の倍数である数全体の集合は $A\cup B$ である。よって，求める個数は

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=13+10-3=20$　　20 個